

HEURÍSTICA I RAONAMENT MATEMÀTIC

Exercici: La dificultat d'un exercici es troba en el fet d'aplicar correctament els continguts treballats prèviament a classe. Es a dir, en la resolució d'un exercici no hi ha el que es coneix pròpiament com a plantejament del problema, es tracta bàsicament d'adonar-se de quins conceptes, fórmules, algorismes etc., cal aplicar.

Problema: En un veritable **problema**, a la dificultat pròpia dels **exercicis** ja comentada, se n'hi afegeix un altra de completament diferent: per poder trobar la solució primer cal plantejar-lo, es a dir, cal veure com a partir de les dades que tenim, establim un raonament que ens porti a la solució, fet que en el cas d'un **problema** no és evident. Dit d'un altra manera, si bé en un problema poden estar perfectament clars els continguts matemàtics que són rellevants per la seva resolució, pot ser que aquesta no sigui gens evident.

La diferència entre exercici i problema no depèn doncs exclusivament del grau de dificultat, sinó de que en un problema hi ha una dificultat addicional qualitativament diferent de la pròpia d'un exercici.

Investigacions: Un problema es converteix en una **investigació** en el moment en que a més de resoldre'l ens fem noves preguntes que a continuació intentem respondre. És evident que hi ha problemes que es més fàcil convertir en investigacions que altres, però del que es tracta és d'estimular la curiositat dels alumnes i la seva tendència natural a fer-se preguntes a partir de les situacions més diverses.

ESTRATÈGIES HEURÍSTIQUES

Son estratègies que s'utilitzen en el raonament heurístic, es a dir, models de raonament que, en la pràctica s'ha comprovat que freqüentment ajuden a descobrir la solució d'un problema. N'hi ha moltes, però aquí només citarem aquelles que segons la nostra opinió son de mes utilitat en la resolució de problemes de matemàtica elemental.

1. Assaig i error

Es la més senzilla de totes, encara que sovint és ignorada en els textos sobre resolució de problemes. Es tracta simplement de provar una possible solució per veure si verifica les condicions de l'enunciat (assaig). Si es comprova que no les verifica (error), fem una nova prova.

2. Raonar sobre un model concret

És una de les més usades a Primària. Molt freqüentment en la resolució d'un problema necessitem un model concret que ens faciliti el raonament. Sovint un simple dibuix és suficient, però a vegades es precis utilitzar un altre tipus de models: Models construïts amb paper, plastilina, fusta, plàstic etc. També entraria en aquest apartat el realitzar una dramatització del problema, per ajudar a comprendre'l i resoldre'l.

3. Raonar a partir de la incògnita

Es a dir per poder trobar allò que ens demana el problema ¿què tindríem que saber prèviament?. Aquesta estratègia en alguns textos figura amb el nom de **anàlisi - síntesi**.

4. Construir una taula y trobar pautes o regularitats

Pot ser una taula de possibles solucions (veure **assaig i error**), de valors particulars, etc.

5. Resoldre un problema relacionat, més senzill

Pot ser que el problema tal com està enunciat presenti una excessiva dificultat però que un problema relacionat més senzill no solament el podem resoldre sinó que ens proporcioni la clau del problema inicial.

6. Raonar cap enrere

En alguns problemes en que l'enunciat pren la forma d'un relat, pot ajudar començar el raonament per el final i remuntar fins al principi.

EXEMPLES D'APLICACIÓ D'ALGUNES ESTRATÈGIES HEURÍSTIQUES

-“Assaig i error”

He comprat pastissos, alguns de nata i alguns de xocolata, 4 en total. Els de nata valen 2€, els de xocolata 3€. M'he gastat 11 € en total. A veure si saps quants he comprat de cada classe.

Provem una possible solució

Si hagués comprat 2 de nata i 2 de xocolata ens hauríem gastat $2+2+3+3=10€$. Per tant tenim que augmentar el nombre de pastissos de xocolata. Si provem 1 de nata i 3 de xocolata tindrem

$2+3+3+3= 11€$, per tant aquesta es la solució.

-“Raonar a partir de la incògnita”

Un paquet de 10 quaderns val 12 euros, i vull comprar 3 quaderns, quants diners m'hauré de gastar?

Que cal saber per poder trobar el que ens demanen?

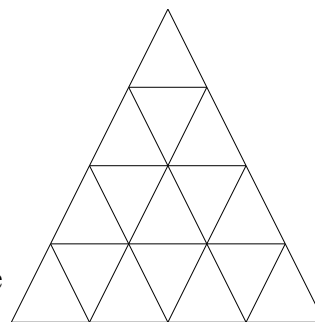
Per saber quant valen 3 quaderns primer hem de saber quant val 1 quadern, o sigui $12/10 = 1,2 €$. Ara ja podem trobar quant valen 3 quaderns: $1,2 \times 3 = 3,6 €$

-“Fer un problema relacionat, més senzill”, “raonar sobre un model concret”, “fer una taula i trobar una regularitat”

Tenim un triangle equilàter. Dividim cada costat en 25 parts iguals. Per cada punt de divisió tracem rectes paral·leles als costats amb lo qual el triangle quedarà dividit en petits triangles equilàters. Quants d'aquest triangles ens sortiran

El problema tal com està formulat es massa complicat. Mirem què passa en casos més senzills.

Si dividim cada costat en només 2 parts es formen 4 triangles. Si dividim en 3 parts surten 9 triangles. Si dividim en 4 parts surten 16 triangles-



Observem una *regularitat*: El nombre de triangles és el quadrat del nombre de parts en que hem dividit cada costat. Comprovi el lector que aquesta regularitat es manté per altres nombres de divisions.

Per tant quan el nombre de divisions sigui 25 el nombre de triangles que apareixeran serà $25 \times 25 = 625$

-“Treballar cap a enrere”

Hi ha un grapat de caramels a sobre de la taula. L'oncle en pren la meitat, la mare 1/3 dels que queden, l'avi en pren un, i jo els 3 últims que quedaven. Quants hi havia al principi?

Comencem pel final i anem raonant cap a enrere

Si després de agafar 3 l'avi i jo, ja no en queden més vol dir que després de agafar la mare 1/3 dels que quedaven han quedat 4, que per tant són els altres 2/3 dels que la mare s'ha trobat a sobre de la taula, o sigui que els que s'ha trobat la mare són 6 caramels. Però si l'oncle ja havia agafat la meitat vol dir que aquest 6 que ha deixat són l'altra meitat, o sigui que al principi a sobre de la taula hi havia 12 caramels.

ACTIVITATS

1 Indica quins dels següents enunciats corresponen a exercicis i quins a problemes. Explica per què.

- a. Jo tinc 5 € i la meua germana 8. Quants tenim entre els dos?
- b. Sé que a la guardiola vaig posar 3 monedes i que vaig posar 5 € en total. Recordo que hi havia monedes de 1 € i de 2 € però no recordo quantes n'hi havia de cada classe. M'ho pots dir tu?.
- c. Calcula el mínim comú múltiple de 15, 18 i 27.
- d. Troba un nombre enter positiu sabent que és el menor que té la propietat de ser múltiple de 20, 28 i 36.
- e. Una pila de sacs de blat pesa el mateix que una pila de sacs de civada. Troba quin és aquest pes sabent que cada sac de blat pesa 18 kg y cada sac de civada 21.
- f. Tenim un full rectangular de 21X35 cm, i el volem dividir en quadrats iguals de manera que aquests quadrats siguin el més grans possible. Quants d'aquests quadrats ens sortiran i quina mida tindran?

2. Resol els següents problemes. Observa si les estratègies que has utilitzat coincideixen amb algunes de les que es citen en l'annex.

a. Trobar un nombre que sumat amb el seu quadrat doni 306.

b. M'he comprat 2 camises i 1 jersei i en total m'he gastat 140 €. Si el preu del jersei és 12 € més que el d'una camisa, trobar quin és el preu de cada peça de roba.

c. La Marta vol fundar un club d'aficionats als escacs, i pensa que de cara al creixement del club, cada soci pot aconseguir un soci nou, cada mes. Si aquests plans es fessin realitat, quants socis tindria el club després d'un any?.

Pista: Quants socis hi hauran en total al final del primer mes, i al final del segon?...

d. Tenim 19 rectes al pla. No hi ha rectes paral·leles (totes es tallen), i no hi ha més de dues rectes que passin per un mateix punt. Trobar quants punts d'intersecció hi haurà en total.

Pista: Fes un problema més senzill, busca una regularitat

e. L'Enric vol estrenar amb els seus amics un joc que li han regalat. Si reparteix 4 fitxes a cadascun en sobren 6, i si reparteix 6 a cadascun en falten 4. Trobar quants amics juguen i quantes fitxes té el joc.

Pista: Prova amb un cert nombre d'amics i un cert nombre de fitxes. Observa que passaria. Torna a fer un altra prova intentant apropar-te més a la solució.

f. Trobar l'àrea d'un cercle inscrit en un rombe de diagonals 12 i 16 cm

Pista: Fes una figura. Què necessites per saber l'àrea del cercle?. Ho pots trobar en funció de les dades?

g. En una classe hi ha 60 alumnes entre nois i noies. Usen ulleres el 16% dels nois i el 20% de les noies. Si el nombre total d'alumnes que fan servir ulleres és 11, quants nois i noies hi ha a la classe?

Pista: Prova amb 2 nombres qualsevol que sumats donin 60. Observa el resultat de trobar el 16% i el 20% d'aquests nombres. Pot ser que surti un nombre decimal?.

3 Proposa diversos exercicis i problemes, explicant en que et bases per fer aquesta distinció. En el cas dels problemes indica quines estratègies es podrien utilitzar per a la seva resolució.

Indicacions bibliogràfiques pel desenvolupament del contingut.

CALLEJO, M^a LUZ. *Un club matemático para la diversidad*. Madrid: Narcea, 1994.

FISHER, R. i VANCE, A. *Investigando las Matemáticas*. Madrid: Akal, 1990.

GARDNER, M. *Inspiración ¡Ajá!* Barcelona: Labor, 1981.

MASON, J. y otros *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor-MEC, 1989.

POLYA, G. *Como plantear y resolver problemas*. México: Trillas, 1976.

